**UNIVERSITE PAUL SABATIER** **Année Universitaire 2011 -2012**
**L1 PCP** **Lundi 19 mars 2012**

# Contrôle continu de mécanique

*L'usage des calculatrices est interdit.*

**(Durée : 30 minutes)**

| **NOM :** | **Prénom :** | **Groupe :** | ***Note (/20) :*** |
|---|---|---|---|

## Bille sur un plateau tournant

Dans un repère cartésien $\mathcal{R}\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$ considéré comme galiléen, un disque $\left(\mathcal{D}\right)$, de centre *O* et de rayon *R*, tourne autour de son axe de révolution *Oz*, avec la vitesse angulaire constante $\omega$. On associe au disque le repère cylindrique $\mathcal{R}'\left(O,\overrightarrow{e_\rho},\overrightarrow{e_\varphi},\overrightarrow{e_z}\right)$. Une bille, assimilée à une masse ponctuelle *m* en un point *M*, est posée sur le disque, à $t=0$, sans vitesse initiale. Le point *M* peut alors être caractérisé par les triplets $\left(x,y,z\right)$ ou $\left(\rho,\varphi,z\right)$.

On donne, à $t=0$, $\left\|\overrightarrow{OM}\right\|_{t=0}=\left\|\overrightarrow{OM_o}\right\|=\rho_o=d<R$. On suppose que le disque est parfaitement lisse, de sorte qu'il n'existe aucune force de frottements exercées par $\left(\mathcal{D}\right)$ sur *M*.

On note $\vec{g}=-g\overrightarrow{e_z}$ le champ de pesanteur terrestre.

a) Etude du mouvement de *M* dans $\mathcal{R}$

1- Déterminer (et justifier) les expressions des deux forces s'exerçant sur *M* dans $\mathcal{R}$.

2- Déduire de la RFD l'expression de l'accélération $\vec{a}\left(M/\mathcal{R}\right)$ de *M* dans $\mathcal{R}$.

3- Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de *M* dans $\mathcal{R}'$.

4- Quel est le mouvement décrit par *M* dans $\mathcal{R}$ ?

b) Caractéristiques de $\mathcal{R}'$ :

1- Le repère $\mathcal{R}'$ est-il galiléen ? Justifier.

2- Caractériser le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$ : vitesse de son origine, vitesse de rotation.

c) Etude du mouvement de *M* dans $\mathcal{R}'$

1- Déterminer, dans la base $\mathcal{B}'$ liée à $\mathcal{R}'$, les expressions de la vitesse d'entraînement $\overrightarrow{v_e}\left(M,\mathcal{R}'/\mathcal{R}\right)$ et des accélérations d'entraînement $\overrightarrow{a_e}\left(M,\mathcal{R}'/\mathcal{R}\right)$ et de Coriolis $\overrightarrow{a_c}\left(M,\mathcal{R}'/\mathcal{R}\right)$, liées à *M*, dans le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.

2- Déterminer, à partir de sa définition, l'expression de l'accélération $\vec{a}\left(M/\mathcal{R}'\right)$ de *M* dans $\mathcal{R}'$, en fonction des coordonnées cylindriques de *M* et de leurs dérivées temporelles.

3- Déduire de la RFD les relations liant les coordonnées cylindriques, leurs dérivées et $\omega$.

4- En déduire l'équation de la trajectoire dans $\mathcal{R}'$, ainsi que l'expression de $\omega$.